

Пояснювальна записка

Зміст завдань відповідає чинній програмі для загальноосвітніх навчальних закладів та програмі для шкіл, ліцеїв і гімназій з поглибленим вивченням математики.

Кожен варіант атестаційної роботи складається з  $\dots$  частин, які відрізняються за складністю та формою тестових завдань.

У *першій частині* атестаційної роботи пропонується 12 завдань з вибором однієї правильної відповіді (8 завдань з алгебри і 4 завдання з геометрії). Для кожного тестового завдання з вибором відповіді подано чотири варіанти відповіді, з яких тільки один правильний. Завдання з вибором відповіді вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей вказана тільки одна літера, якою позначена правильна відповідь  $\dots$ .

При цьому учень не повинен наводити будь-які міркування, що пояснюють його вибір.

Правильне розв'язання кожного завдання цього блоку №№ 1.1–1.12 оцінюється одним балом.

*Друга частина* атестаційної роботи складається із 6 завдань (4 завдання з алгебри і 2 завдання з геометрії) відкритої форми з короткою відповіддю. Таке завдання вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей записана правильна відповідь (наприклад, число, вираз, корені рівняння тощо). Усі необхідні обчислення, перетворення тощо учні виконують на чернетках.

Правильне розв'язання кожного із завдань №№ 2.1–2.6 цього блоку оцінюється двома балами.

*Третя частина* атестаційної роботи складається з 4 завдань (3 завдання з алгебри і 1 завдання з геометрії),  $\dots$

$\dots$  відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Завдання третьої частин вважаються виконаними правильно, якщо учень навів розгорнутий запис розв'язування завдання з обґрунтуванням кожного етапу та дав правильну відповідь. Правильне розв'язання кожного із завдань №№ 3.1–3.4 третьої частини  $\dots$  оцінюється чотирма балами.

Завдання третьої частин атестаційної роботи учні виконують на аркушах зі штампом відповідного загальноосвітнього навчального закладу.

*Учні загальноосвітніх класів виконують завдання першої, другої та третьої частин атестаційної роботи.*

Державна підсумкова атестація з математики для учнів загальноосвітніх класів проводиться протягом 135 хв.

Якщо у бланку відповідей вказана правильна відповідь до завдання першої чи другої частини, то за це нараховується 1 чи 2 бали відповідно до таблиць 1 і 3. Якщо вказана відповідь є неправильною, то бали за таке завдання не нараховуються. У деяких випадках за часткове виконання завдання другої частини нараховується 1 бал (наприклад, якщо знайдено правильно один із двох розв'язків системи рівнянь, одна з мір центральної тенденції вибірки тощо).

Якщо учень вважає за потрібне внести зміни у відповідь до якогось із завдань першої чи другої частини, то він має це зробити у спеціально відведеному для цього частині бланку. Таке виправлення не веде до втрати балів. Якщо ж виправлення зроблено в основній частині бланку відповідей, то бали за таке завдання не нараховуються.

Сума балів, нарахованих за правильно виконані учнем завдання, переводиться в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів за спеціальною шкалою.

Систему нарахування балів за правильно виконане завдання для оцінювання робіт учнів загальноосвітніх класів наведено у таблиці 1.

Таблиця 1.

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1.1 – 1.12	по 1 балу	12 балів
2.1 – 2.6	по 2 бали	12 балів
3.1 – 3.4	по 4 бали	16 балів
Усього балів		40 балів

Відповідність кількості набраних балів учнем загальноосвітнього класу оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено у таблиці 2.

Таблиця 2.

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
1 – 2	1
3 – 4	2
5 – 6	3
7 – 9	4
10 – 12	5
13 – 16	6
17 – 20	7
21 – 24	8
25 – 28	9
29 – 32	10
33 – 36	11
37 – 40	12



Розглянемо приклади оцінювання типових задач третьої частини.

**Приклад 1.** Побудуйте графік функції  $y = -x^2 + 4x + 5$ . Користуючись графіком, знайдіть:

- 1) область значень функції;
- 2) проміжок спадання функції.

*Розв'язання.*

Дана функція є квадратичною функцією, її графік — парабола, вітки якої напрямлені вниз.

Абсциса вершини параболи  $x_0 = -\frac{4}{-2} = 2$ ,  
ордината вершини  $y_0 = y(2) = -4 + 8 + 5 = 9$ .

Знайдемо точки перетину параболи з віссю абсцис:

$$-x^2 + 4x + 5 = 0;$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0;$$

$$x_1 = -1; x_2 = 5.$$

Таким чином, парабола перетинає вісь абсцис у точках  $(-1; 0)$  і  $(5; 0)$ .

Знайдемо точку перетину параболи з віссю ординат:  $y(0) = 5$ . Парабола перетинає вісь ординат у точці  $(0; 5)$ .

Використовуючи знайдені чотири точки параболи, виконаємо її побудову. Графік даної функції зображено на рисунку.

1) Область значень функції  $E(y) = (-\infty; 9]$ .

2) Функція спадає на проміжку  $[2; +\infty)$ .

Схема оцінювання приклада 1.

1. Якщо учень правильно визначив напрям віток параболи, знайшов координати її вершини, точок перетину з осями координат, то він отримує 1 бал.
2. За правильно побудований графік учень отримує ще 1 бал.
3. Якщо учень правильно знайшов область значень функції, то він отримує 1 бал.
4. Якщо учень правильно вказав проміжок спадання функції, то він отримує ще 1 бал.

**Приклад 2.** Одна машина працювала на розчищенні ковзанки 25 хв. а потім її змінила друга машина, яка закінчила розчищення за 16 хв. За скільки часу може розчистити ковзанку кожна машина, працюючи самостійно, якщо першій для цього потрібно на 9 хв більше, ніж другій?

*Розв'язання.*

Нехай перша машина може розчистити ковзанку самостійно за  $x$  хв, тоді другій для цього потрібно  $(x - 9)$  хв. За 1 хв перша машина розчищає  $\frac{1}{x}$  частину ковзанки, а друга —  $\frac{1}{x-9}$ . За 25 хв перша машина розчистила  $\frac{25}{x}$  частину ковзанки, а друга за 16 хв —  $\frac{16}{x-9}$  частину. Оскільки в результаті їх роботи була розчищена вся ковзанка, то  $\frac{25}{x} + \frac{16}{x-9} = 1$ .

Розв'яжемо одержане рівняння:

$$\frac{25}{x} + \frac{16}{x-9} = 1;$$

$$\frac{25(x-9) + 16x}{x(x-9)} = 1;$$

$$25x - 225 + 16x = x^2 - 9x;$$

$$x^2 - 50x + 225 = 0;$$

$$x_1 = 45; x_2 = 5.$$

Корінь 5 не задовольняє умову задачі, оскільки при  $x = 5$  маємо:  $x - 9 = 5 - 9 < 0$ . Отже, першій машині потрібно для самостійного розчищення ковзанки 45 хв, а другій — 36 хв.

*Відповідь:* 45 хв; 36 хв.

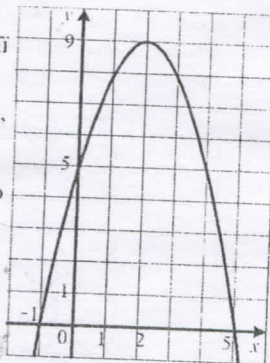


Схема оцінювання приклада 2.

1. Якщо учень, увівши змінну, правильно виразив через неї відповідні величини, то він отримує 1 бал.
2. Якщо учень правильно склав рівняння, то він отримує ще 1 бал.
3. Якщо учень у результаті перетворень правильно отримав відповідне квадратне рівняння, то йому нараховується ще 1 бал.
4. Якщо учень розв'язав квадратне рівняння, проаналізував отриманий результат за змістом задачі і дав відповідь, то він отримує ще 1 бал.

**Приклад 3.** Знайдіть суму всіх від'ємних членів арифметичної прогресії  $-3,5; -3,1; -2,7; \dots$ .

*Розв'язання.*

Перший член даної прогресії  $a_1 = -3,5$ , другий член  $a_2 = -3,1$ , різниця прогресії  $d = a_2 - a_1 = -3,1 - (-3,5) = 0,4$ . Тоді  $a_n = -3,5 + 0,4(n-1) = 0,4n - 3,9$ . Знайдемо кількість від'ємних членів прогресії:

$$0,4n - 3,9 < 0;$$

$$0,4n < 3,9;$$

$$n < 9\frac{3}{4}.$$

Отже, прогресія містить дев'ять від'ємних членів.

$$\text{Тоді шукана сума } S_9 = \frac{2 \cdot (-3,5) + 0,4(9-1)}{2} \cdot 9 = -17,1.$$

*Відповідь:*  $-17,1$ .

Схема оцінювання приклада 3.

1. Якщо учень правильно знайшов різницю прогресії, то він отримує 1 бал.
2. Якщо учень правильно склав нерівність для знаходження кількості від'ємних членів прогресії, то він отримує ще 1 бал.
3. За правильне знаходження кількості від'ємних членів прогресії нараховується ще 1 бал.
4. Якщо учень правильно обчислив суму від'ємних членів прогресії, то він отримує ще 1 бал.

**Приклад 4.** Знайдіть область визначення функції

$$f(x) = \sqrt{6x - x^2} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}.$$

*Розв'язання.*

Областю визначення даної функції є множина розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 6x - x^2 \geq 0, \\ 5 - x > 0. \end{cases}$$

Маємо:

$$\begin{cases} x^2 - 6x \leq 0, \\ x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq 6, \\ x < 5; \end{cases} \quad 0 \leq x < 5.$$

Отже, шукана область визначення — це така множина:

$$D(f) = [0; 5).$$

*Відповідь:*  $[0; 5)$ .

Схема оцінювання приклада 4.

1. Якщо учень правильно склав систему нерівностей, яка задає область визначення функції, то він отримує 1 бал.
2. За правильне розв'язання нерівності другого степеня учень отримує ще 1 бал.
3. Правильне розв'язання лінійної нерівності, яка входить до системи, оцінюється 1 балом.
4. Якщо учень правильно записав множину розв'язків системи у вигляді подвійної нерівності або у вигляді числового проміжку, то він отримує ще 1 бал.

**Приклад 5.** Побудуйте графік функції  $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} - \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ .

*Розв'язання.*

Область визначення даної функції  $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 2) \cup (2; +\infty)$ .

$$\text{Маємо: } y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} - \frac{x^2 - 9}{x + 3} =$$

$$= \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2)}{x - 2} - \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3} = 2x - 1 - x + 3 = x + 2.$$

Отже, графіком даної функції є пряма  $y = x + 2$ , з якої «виколого» точки  $(-3; -1)$  і  $(2; 4)$ .

На рисунку зображено графік даної функції.

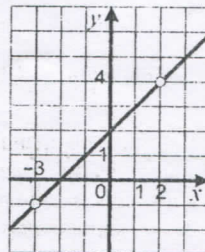




Схема оцінювання приклада 5.

1. Якщо учень правильно вказав область визначення даної функції, то він отримує 1 бал.
2. Якщо учень правильно перетворив формулу, якою задано функцію, то він отримує ще 1 бал.
3. Якщо учень правильно описав графік даної функції, то він отримує 1 бал.
4. За правильно виконану побудову графіка учень отримує ще 1 бал.

**Приклад 7.** Діагональ рівнобічної трапеції є бісектрисою її гострого кута і перпендикулярна до бічної сторони. Знайдіть периметр трапеції, якщо її менша основа дорівнює 6 см.

*Розв'язання.*

У трапеції  $ABCD$   $BC \parallel AD$ ,  $BC = 6$  см,  
 $AB = CD$ ,  $AC \perp CD$ ,  $\angle BAC = \angle CAD$ .

$\angle CAD$  і  $\angle BCA$  рівні як різносторонні при  $BC \parallel AD$  та січній  $AC$ .

Отже,  $\angle BAC = \angle BCA$ . Тоді  $\triangle ABC$  — рівнобедрений. Звідси  $CD = AB = BC = 6$  см.

Нехай  $\angle CAD = \alpha$ . Тоді  $\angle CDA = \angle BAD = 2\alpha$ .

З  $\triangle ACD$  ( $\angle ACD = 90^\circ$ ):

$$\angle CAD + \angle CDA = 90^\circ;$$

$$\alpha + 2\alpha = 90^\circ;$$

$$\alpha = 30^\circ.$$

Отже,  $\triangle ACD$  — прямокутний з гострим кутом  $30^\circ$ . Тоді  $AD = 2CD = 12$  см.

Периметр трапеції  $P = 3BC + AD = 30$  см.

*Відповідь:* 30 см.

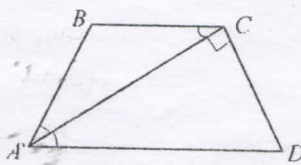


Схема оцінювання приклада 7.

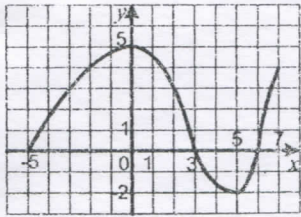
1. Якщо учень установив і обґрунтував рівність відрізків  $AB$  і  $BC$ , то він отримує 1 бал.
2. Якщо учень знайшов кути трикутника  $ACD$ , то він отримує ще 1 бал.
3. За знаходження більшої основи трапеції учень отримує ще 1 бал.
4. Якщо учень правильно знайшов периметр трапеції, то він отримує ще 1 бал.

# Зразок Варіанту

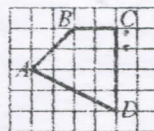
## Варіант 1

### Частина перша

Завдання 1.1 – 1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь та позначте її у бланку відповідей.

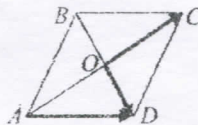
- 1.1. Через яку точку проходить графік рівняння  $4y - 3x = 5$ ?
- А)  $A(-1; -2)$ ; Б)  $B(-1; 2)$ ; В)  $C(1; -2)$ ; Г)  $D(1; 2)$ .
- 1.2. Чому дорівнює значення виразу  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{7}}$ ?
- А) 2; Б)  $\sqrt{2}$ ; В)  $\sqrt{7}$ ; Г) 7.
- 1.3. При яких значеннях  $x$  не визначена функція  $y = \frac{5}{x^2 + 4x}$ ?
- А) -4; 0; Б) 0; 4; В) -4; 4; Г) -4; 0; 4.
- 1.4. Виконайте віднімання:  $\frac{16}{b^2 + 8b} - \frac{2}{b}$ .
- А)  $\frac{2}{b+8}$ ; Б)  $-\frac{2}{b+8}$ ; В)  $\frac{b}{b+8}$ ; Г)  $-\frac{b}{b+8}$ .
- 1.5. Зустрілися семеро друзів і потиснули один одному руку. Скільки всього було рукоштовань?
- А) 6; Б) 7; В) 36; Г) 21.
- 1.6. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-5; 7]$ . Користуючись рисунком, знайдіть множину розв'язків нерівності  $f(x) > 0$ .
- А)  $[-5; 3]$ ; Б)  $[-5; 3] \cup [6; 7]$ ;  
В)  $(-5; 3)$ ; Г)  $(-5; 3) \cup (6; 7)$ .
- 
- 1.7. Який відсотковий вміст солі в розчині, якщо 400 г розчину містять 36 г солі?
- А) 12 %; Б) 9 %; В) 10 %; Г) 8 %.
- 1.8. Один лісоруб може заготовити деякий об'єм дров за 3 год, а другий той самий об'єм — за 6 год. За скільки годин вони разом можуть заготовити такий самий об'єм дров?
- А) 9 год; Б) 3 год; В) 2 год; Г) 1 год.

- 1.9. Чому дорівнює площа зображеного на рисунку чотирикутника  $ABCD$ , якщо площа однієї клітинки дорівнює  $1 \text{ см}^2$ ?
- А)  $9 \text{ см}^2$ ; Б)  $9,5 \text{ см}^2$ ; В)  $10 \text{ см}^2$ ; Г)  $10,5 \text{ см}^2$ .



- 1.10. Знайдіть найменший з кутів чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 8, 9, 7 і 6.
- А)  $54^\circ$ ; Б)  $84^\circ$ ; В)  $36^\circ$ ; Г)  $72^\circ$ .
- 1.11. Два кути трикутника дорівнюють  $30^\circ$  і  $45^\circ$ . Знайдіть сторону, протилежну куту  $30^\circ$ , якщо сторона, протилежна куту  $45^\circ$ , дорівнює  $3\sqrt{2}$  см.
- А) 3 см; Б) 2 см; В)  $2\sqrt{3}$  см; Г)  $2\sqrt{2}$  см.

- 1.12. На рисунку зображено паралелограм  $ABCD$ . Виразіть вектор  $\overrightarrow{AD}$  через вектори  $\overrightarrow{OD} = \vec{a}$  і  $\overrightarrow{OC} = \vec{b}$ .



- А)  $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b}$ ; Б)  $\overrightarrow{AD} = \vec{b} - \vec{a}$ ;  
В)  $\overrightarrow{AD} = \vec{a} - \vec{b}$ ; Г)  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .



### Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1 – 2.6. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Виконайте обчислення і результат запишіть у стандартному вигляді:

$$\frac{3,6 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-4}}$$

2.2. Спростіть вираз  $\left( \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m} + \sqrt{n}} - \frac{\sqrt{n} - \sqrt{m}}{\sqrt{n}} \right) \cdot \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}}$ .

2.3. Чому дорівнює сума семи перших членів геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 = 6$ ,  $b_7 = 192$ ?

2.4. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} y^2 - xy = 12, \\ 3y - x = 10. \end{cases}$

2.5. Знайдіть градусну міру дуги кола, довжина якої дорівнює  $\pi$  см, якщо радіус кола дорівнює 12 см.

2.6. У рівнобедреному трикутнику висота, проведена до бічної сторони, дорівнює 6 см і ділить її на дві частини, одна з яких, прилегла до вершини рівнобедреного трикутника, дорівнює 8 см. Знайдіть основу трикутника.

### Варіант 1

#### Частина третя

Розв'язання задач 3.1 – 3.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Побудуйте графік функції  $y = x^2 + 2x - 3$ . Користуючись графіком, знайдіть:

- 1) область значень функції;
- 2) при яких значеннях  $x$  функція набуває додатних значень.

3.2. Для перевезення 30 т вантажному автомобілю треба було зробити кілька рейсів, але вантаж довелося перевозити на автомобілі, який мав вантажопідйомність на 2 т більшу, ніж планувалося. Через це для перевезення вантажу знадобилося на 4 рейси менше, ніж планувалося. Знайдіть вантажопідйомність автомобіля, який перевіз вантаж.

3.3. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{4}{\sqrt{3x-15}} + \frac{8}{|x|-6}$ .

3.4. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 5 см, а бічна сторона — 20 см. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену з вершини кута при його основі.